MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
A. Ribelles, D. Rost

WS 2019/20
Blatt 8
9.12.2019

Tutorium zur Vorlesung „Mathematik im Querschnitt“

1. Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems

$$y''' - 4\,y'' + 4\,y' = 0 \qquad \text{mit} \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = -8\ .$$

2. Gegeben sei die homogene Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \qquad (\text{mit } I = \mathbb{R}). \qquad (\star_0)$$

   a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $(\star_0)$.

   b) Bestimmen Sie alle (auf $\mathbb{R}$ definierten) Lösungen von $(\star_0)$, die in $x = 0$ ein lokales Minimum besitzen.

3. a) Zeigen Sie: Ist $n \geq 1$ und $\varphi(x) = x, x \in \mathbb{R}$, eine Lösung der homogenen linearen Differentialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \ldots + a_2y'' + a_1y' + a_0y = 0 \qquad (*_0)$$

   so ist auch $\psi(x) = 1, x \in \mathbb{R}$, eine Lösung von $(*_0)$.

   b) Geben Sie eine homogene lineare Differentialgleichung 5-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten an, welche das Fundamentalsystem

$$\begin{aligned}
\varphi_1(x) &= 1 \\
\varphi_2(x) &= x \\
\varphi_3(x) &= x^2 \\
\varphi_4(x) &= e^{2x}\cos(3x) \\
\varphi_5(x) &= e^{2x}\sin(3x), \qquad \text{jeweils } x \in \mathbb{R},
\end{aligned}$$

   besitzt.

4. a) Bestimmen Sie die (maximale) Lösung des AWP

$$y'' + y = x \quad \text{ mit } \ y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

   (Erraten Sie eine partikuläre Lösung von $y'' + y = x$)

   b) Bestimmen Sie alle (maximalen) Lösungen des AWP

$$y'' + y = x \quad \text{ mit } \ y(0) = 0.$$

   c) Zeigen Sie, daß es keine Lösung des AWP

$$y'' + y = x \quad \text{ mit } \ y(0) = 0,\ y'(\frac{\pi}{2}) = 0,$$

   gibt.

Für die Tutorien vom 9.12. und 11.12.19